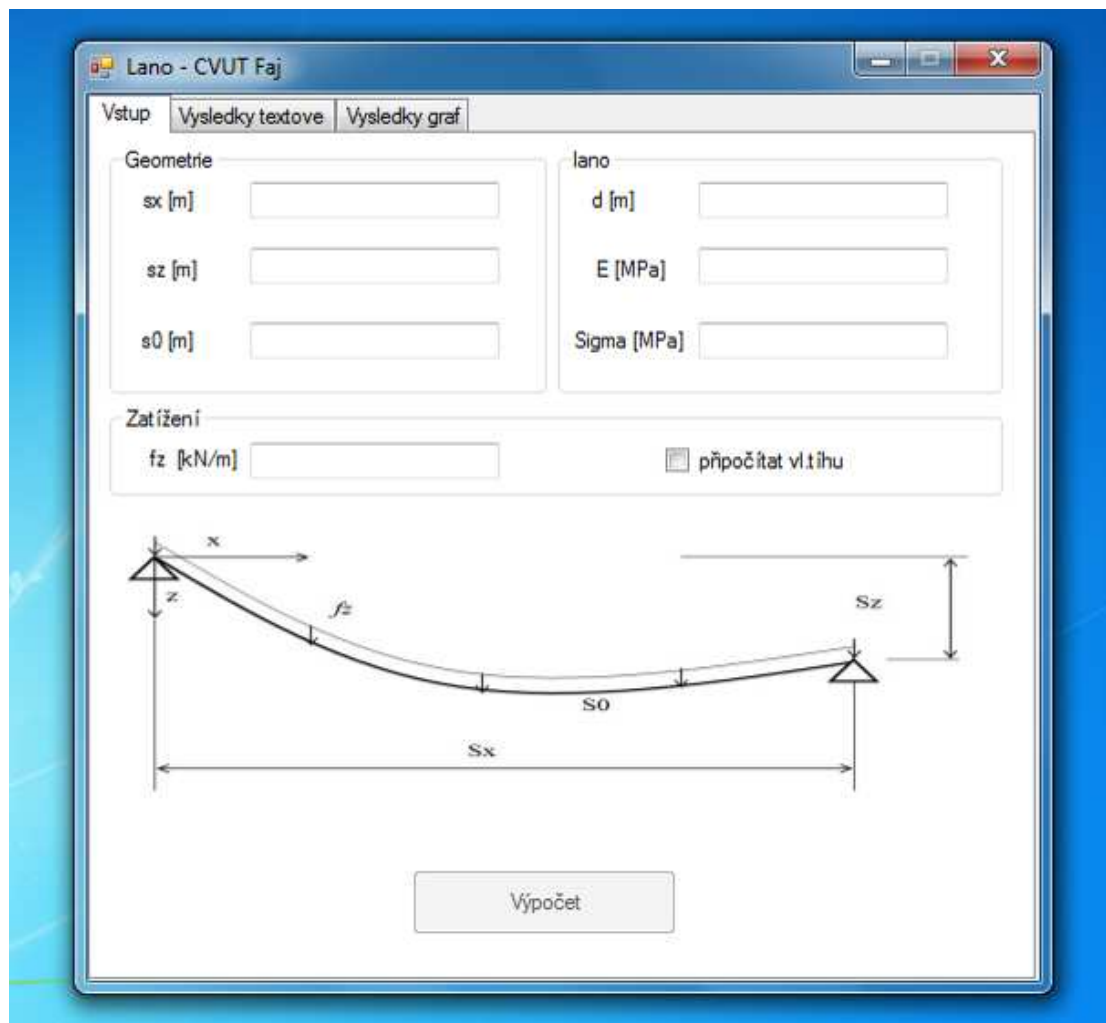


# Řešení Lanového prvku zatíženého spojitým zatížením

Petr Fajman ČVUT Fakulta stavební,  
[fajman@fsv.cvut.cz](mailto:fajman@fsv.cvut.cz)

Výsledky byly získány s pomocí MSM 6840770001.

## 1. Manuál k programu lana.exe



*Zadávání – záložka vstup*

$s_0$  [m] - délka nenapjatého lana

$s_x$  [m] - vodorovná délka nenapjatého lana

$s_z$  [m] - svislá délka nenapjatého lana

$d$  [m] - průměr lana

$A$  [m<sup>2</sup>] - průřezová plocha lan

$E$  [MPa] - Youngův modul pružnosti lan

$\text{Sigma max}$  [MPa] – maximální přípustné napětí v laně

$f$  [kN/m] - svislé spojité rovnoměrné zatížení

$g$  [kN/m] - vlastní tíha

Čísla se píší s desetinou tečkou. Po vyplnění položek je možné spustit výpočet. Pokud se zadá délka lana menší než spojnice koncových bodů, bude automaticky opravena na délku spojnice. Jednotlivé položky se dají editovat a poté je nutné znovu spustit výpočet.

### Výsledky – záložka výsledky textové

deformace

$s$  [m] - konečná délka lana

$ds$  [m] - deformace lana

$z_{max}$  [m]- minimální svislá souřadnice

síly

$A_x$  [kN] - vodorovná síla v bodě A

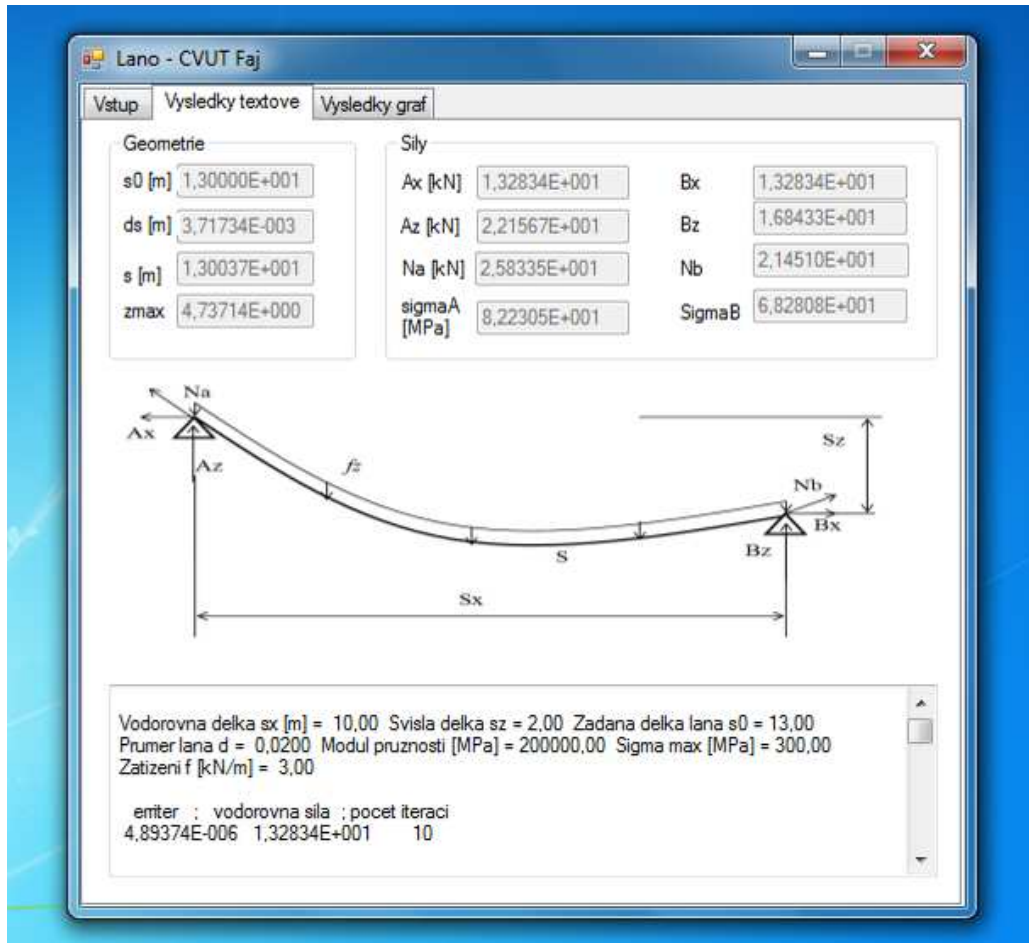
$A_z$  [kN] - svislá síla v bodě A

$N_a$  [kN] - normálová síla v bodě A

$B_x$  [kN] - vodorovná síla v bodě B

$B_z$  [kN] - svislá síla v bodě B

$N_b$  [kN] - normálová síla v bodě B



– záložka výsledky graf

V této záložce je vykreslen tvar deformovaného lana. Je zachováno stejné měřítko na svislé a vodorovné ose.

Výstupní soubor - výsledky.out

Vstupní i výstupní data se píší do souboru, který je možno číst textovým prohlázečem, nebo editorem.

Chybové hlášky

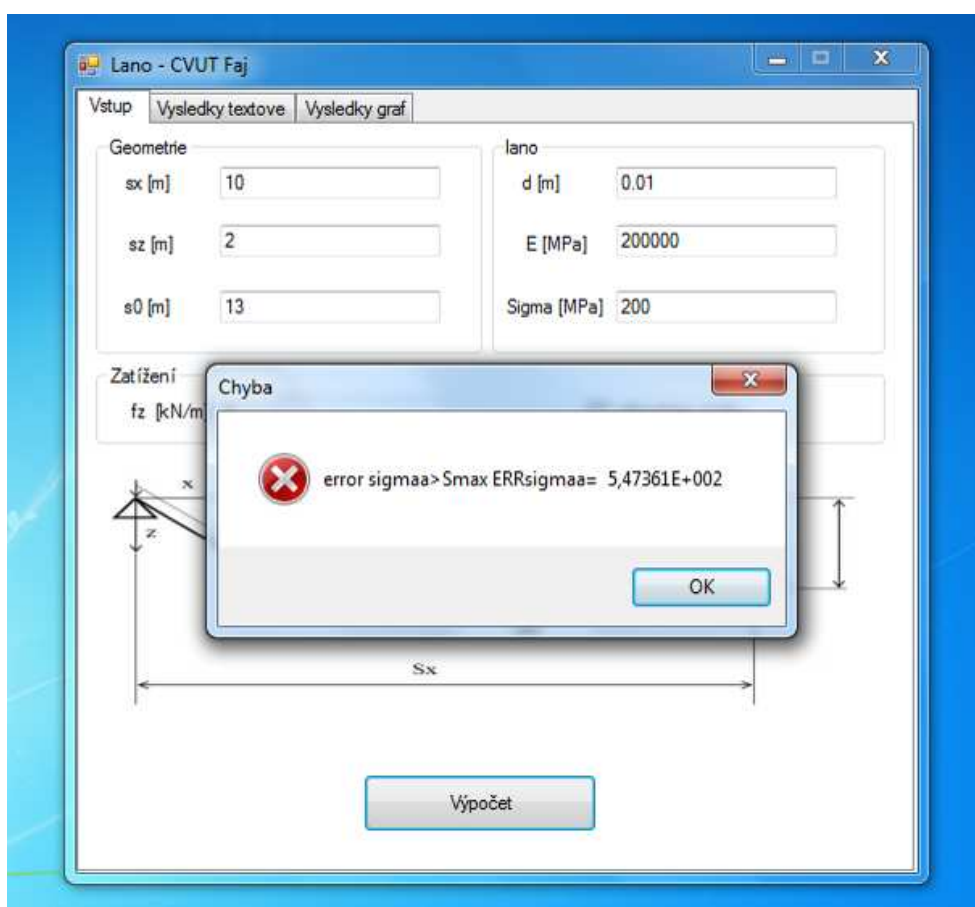
- Při vyplňování zadávacích políček

Nesprávný formát čísla – např. nulové hodnoty  $s_x$ ,  $E$ ,  $d$ ,  $\sigma_{max}$ ,  $f$

- Po výpočtu

Pokud dojde k překročení maximálního napětí v laně, objeví se hláška, „ error sigma>Smax ..... “. Pak je nutné buď zvětšit průřez, nebo maximální přípustné napětí.

Pokud dojde k překročení maximálního počtu iterací, objeví se hláška, „ překročen počet iterací “. Pak je nutné buď zvětšit průřez, nebo tvar lana.



## 2. Teoretické řešení

Předpoklady

- (a) lana jsou dokonale ohebná a nemají žádnou ohybovou tuhost
- (b) zatížení je rozděleno rovnoměrně po parabolicky zakřiveném lanu
- (c) všechny prvky jsou uvažovány jako lineárně pružné a jejich deformace malé

Vychází se ze vztahu pro původní délku prvku :

$$s_0 = s - \Delta s \quad (1)$$

kde  $s_0$  je počáteční délka lana  $s$  je aktuální délka prvku po zatížení,  $\Delta s$  je protažení od účinků zatížení.

Rovnice křivky tvaru lana má tvar:

$$\tilde{z} = \frac{f \cdot s_0}{2h \cdot s_x} \tilde{x}(s_x - \tilde{x}) + \frac{s_z}{s_x} \tilde{x} \quad (2)$$

kde  $s_x$  je vodorovná vzdálenost mezi uzly  $i$  a  $j$ ,  $s_z$  je svislá vzdálenost mezi uzly  $i$  a  $j$ ,  $f$  je zatížení lana,

$h$  je vodorovná složka tahové síly v lanu (ta je po celé délce lana stejná)

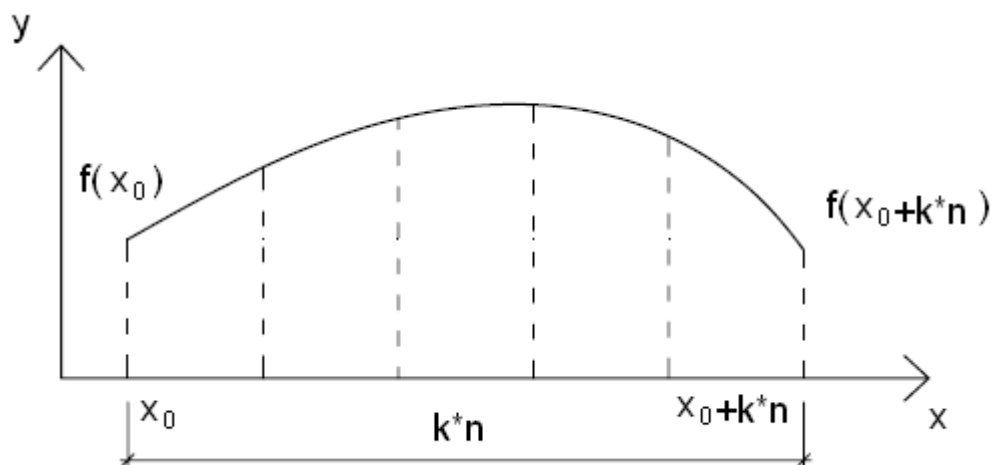
Vzhledem k malým deformacím můžeme uvažovat prodloužení  $\Delta s$  způsobené tahem v lanu jako:

$$\Delta s = \int_s \frac{h(\partial s / \partial \tilde{x})}{EA} ds = \int_0^l \frac{h}{EA} \left( \frac{\partial s}{\partial \tilde{x}} \right)^2 d\tilde{x} = \frac{h}{EA} \int_0^l \left( 1 + \left( \frac{\partial \tilde{z}}{\partial \tilde{x}} \right)^2 \right) d\tilde{x} \quad (3)$$

Prodlouženou délku  $s$  vypočteme ze známého vztahu pro délku křivky:

$$s = \int_0^{sx} \sqrt{1 + \left( \frac{\partial \tilde{z}}{\partial \tilde{x}} \right)^2} d\tilde{x} \quad (4)$$

Tyto integrály můžeme s dostatečnou přesností získat numerickou integrací: například známou lichoběžníkovou metodou.



$$\begin{aligned}
 \int_{x_0}^{x_0+kn} f dx &= \frac{f(x_0) + f(x_0 + n)}{2} \cdot n + \frac{f(x_0 + n) + f(x_0 + 2n)}{2} \cdot n + \\
 &+ \dots + \frac{f(x_0 + (k-1) \cdot n) + f(x_0 + kn)}{2} \cdot n = \\
 &= \left( \frac{f(x_0) + f(x_0 + kn)}{2} \right) \cdot n + n \cdot \sum_{i=1}^{k-1} f(x_0 + in)
 \end{aligned}$$

Při dostatečném počtu dílků  $n$  ( $30 \div 50$ ) je výsledek velmi přesný.

Po dosazení rovnice (2) do rovnic (3) a (4) získáme jednotlivé členy, které dosadíme do rovnice (1).

Vzhledem k neznámé vodorovné síle  $h$  nebude splněna, proto se musí iteračně dohledat, tak aby platilo :

$$g(h, f, s_x, s_z, s_0) = s - s_0 - \Delta s = 0 \quad (5)$$

Řešení se dostane v závislosti na délce lana po 10-30 iteračních cyklech.